Глава 1

ВРЕМЕННАЯ ОЦЕНКА ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИЙ СЛОЖНОГО ПРОЦЕНТА

Стоимостная оценка различных объектов собственности и, в частности, объектов недвижимости опирается на большой массив разнообразной информации. Расчет рыночной стоимости методами доходного подхода предполагает прогнозирование будущих доходов на основе анализа отчетности за несколько последних лет. Принятие решения о вложении капитала в объект определяется в конечном счете сопоставлением величины дохода, который инвестор предполагает получить в будущем, с текущими вложениями в размере рыночной стоимости приобретаемого объекта. Вложение капитала выгодно только в том случае, если предполагаемые поступления превысят текущие расходы. Однако время первоначальных инвестиций и получения дохода не совпадает, и, следовательно, их сопоставление без специальных корректировок не даст объективных результатов.

Временная теория стоимости денег исходит из предположения, что деньги, являясь специфическим товаром, со временем меняют свою стоимость и, как правило, обесцениваются. Изменение со временем стоимости денег происходит под влиянием целого ряда факторов. Важнейшими факторами можно назвать инфляцию и способность денег приносить доход при условии их разумного инвестирования в альтернативные проекты.

Таким образом, необходимо сравнивать затраты на приобретение недвижимости с суммой предстоящих доходов, приведенных по стоимости к моменту инвестирования.

Приведение денежных сумм, возникающих в разное время, к сопоставимому виду называется временной оценкой денежных потоков.

Временная оценка денежных потоков основана на шести функциях сложного процента:

1) будущая стоимость денежной единицы FV (Future value);

2) будущая стоимость аннуитета FVA (Future value of an annuity);

3) периодический взнос в фонд накопления PMT/ FVA;

4) дисконтирование (текущая стоимость единицы) PV (Present value);

5) текущая стоимость аннуитета PVA (Present value of annuity);

6) периодический взнос на погашение кредита (PMT/ PVA).

Для приведения денежных потоков к сопоставимому виду существуют так называемые предварительно рассчитанные множительные таблицы. Таблицы сгруппированы по величине процентной ставки. Для решения задачи в этом случае необходимо сначала найти страницу, совпадающую со ставкой дисконтирования, а затем найти множитель на пересечении столбца, соответствующего нужной функции, и строки, соответствующей периоду. Таблицы сложного процента приведены в приложении данного пособия.

1.1 Будущая стоимость денежной единицы (накопленная сумма единицы)

Данная функция позволяет определить будущую стоимость суммы, которой располагает инвестор в настоящий момент, исходя из предполагаемой ставки дохода, срока накопления и периодичности начисления процентов.

Расчет будущей стоимости основан на логике сложного процента, который представляет геометрическую зависимость между первоначальным вкладом, процентной ставкой и периодом накопления:

$$FV = S \cdot (1 + i)^n, \tag{1.1}$$

где FV — величина накопления; S — первоначальный вклад; i — процентная ставка; n — число периодов начисления процентов.

Далее рассмотрим ряд задач, которые, по сути, являются алгоритмом, позволяющим решать самые разнообразные инвестиционные вопросы. В таблицах приложения — колонка №1.

Пример 1.1 Какая сумма будет накоплена вкладчиком через три года, если первоначальный взнос составляет 400 тыс. руб., а проценты начисляются ежегодно по ставке 10%?

Решение

Найдем в приложении страницу, соответствующую процентной ставке 10%. В колонке №1 найдем фактор, соответствующий периоду накопления. Период накопления = 3, фактор = 1,3310.

Рассчитаем сумму накопления:

$$FV = 400 \cdot [FV]_3^{10\%} = 400 \cdot 1{,}3310 = 532{,}4 \text{ тыс. руб.}$$

Рассмотрим процесс накопления в динамике (см. табл. 1.1).

Таким образом, сложный процент предполагает начисление процентов не только на сумму первоначального вклада, но и на сумму процентов, накопленных в конце каждого периода. Это возможно только в случае реинвестирования суммы начисленных процентов, т. е. присоединения их к инвестиционному капиталу.

Таблица 1.1

Год	Накопленная сумма, тыс. руб.
1	400 + 10% = 440
2	440 + 10% = 484
3	484 + 10% = 532,4

1.2 Будущая стоимость аннуитета (накопление единицы за период)

Часто бывает, что мы имеем дело не с единичным платежом, произведенным в определенный момент времени, а с серией платежей, происходящих в различные моменты времени. Если эти платежи происходят через строго определенные промежутки времени, то такая серия называется *аннуитетом*.

Платежом k-го периода называется единовременный денежный вклад в этом периоде. Он обозначается через PMT (*payment*).

Аннуитеты разделяются на следующие категории: равномерные и неравномерные, обычные и авансовые. *Равномерным аннуитетом* называется аннуитет, состоящий из серии равновеликих платежей. Противоположностью ему является *неравномерный аннуитет*, при котором величина платежей может быть разной в различных платежных периодах. Аннуитет называется обычным, если платежи осуществляются в конце каждого платежного периода, и *авансовым*, если платежи осуществляются в начале платежного периода.

Данная функция сложного процента показывает, какой будет стоимость серии равных сумм, депонированных в конце каждого из периодических интервалов, по истечении установленного срока.

Данная функция позволяет рассчитать величину накопленных равновеликих взносов при заданной ставке дохода. Таблица в приложении – колонка №2, а формула расчета будущей стоимости обычного аннуитета:

$$FVA = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \tag{1.2}$$

Пример 1.2 Если вкладывать ежегодно $900 на счет в банке под 10% годовых, сколько накопится на нем через 5 лет?

Решение

Используя формулу (1.2), получаем:

$$FVA = 900 \cdot \frac{(1+0{,}1)^5 - 1}{0{,}1} = 5494{,}59.$$

Пример 1.3 Какая сумма будет накоплена на счете, если в течение 4-х лет ежегодно вносить 350 тыс. руб., а банк начисляет на вклад 6% годовых?

Решение

Решим данную задачу с использованием таблиц сложного процента. Определим фактор будущей стоимости аннуитета за 4 периода при ставке 6% (колонка №2): 4,3746.

Рассчитаем величину накопления 350 (тыс. руб.):

$$FVA = 350 \cdot [FVA]_4^{6\%} = 350 \cdot 4{,}3746 = 1351 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, депонирование 1400 тыс. руб. (350·4) обеспечивает накопление в сумме 1531 тыс. руб. Разница представляет величину процентов, начисленных на возрастающую сумму вклада по технике сложного процента.

Депозиты могут вноситься чаще, чем один раз в год, соответственно чаще накапливается процент. Тогда формула для расчете будет выглядеть следующим образом:

$$FVA = PMT \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} - 1}{\frac{i}{m}}. \tag{1.3}$$

Чем чаще делаются взносы, тем больше накопленная сумма.

Пример 1.4 Если вкладывать ежемесячно $75 на счет в банке под 10% годовых, сколько накопится на нем через 5 лет?

Решение

Используя формулу (1.3), получаем:

$$FVA = 75 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0{,}1}{12}\right)^{5 \cdot 12} - 1}{\frac{0{,}1}{12}} = 5807{,}78.$$

1.3 Периодический взнос на накопление фонда (фактор фонда возмещения)

Данная функция позволяет рассчитать величину периодически депонируемой суммы, необходимой для накопления нужной стоимости при заданной ставке процента. Таблица – колонка №3, а формула расчета величины каждого платежа в случае обычного аннуитета вычисляется следующим образом:

$$\frac{PMT}{FVA} = FV \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1}. \tag{1.4}$$

Пример 1.5 Необходимо за 4 года скопить $1000 при ставке банка 10%. Сколько придется вкладывать каждый год?

Решение

Используя формулу (1.4), получаем:

$$\frac{PMT}{FVA} = 1000 \cdot \frac{0{,}1}{(1+0{,}1)^4 - 1} = 215{,}47.$$

Пример 1.6 Какую одинаковую сумму необходимо 5 раз внести на пополняемый депозит под 8% годовых, чтобы накопить 1700 тыс. руб.?

Решение

Решим данную задачу с использованием таблиц сложного процента. Находим фактор периодического пятикратного взноса под 8% годовых (колонка №3): 0,1705.

Рассчитаем величину разового периодического взноса:

$$\frac{PMT}{FVA} = 1700 \cdot \left[\frac{PMT}{FVA}\right]_5^{8\%} = 1700 \cdot 0{,}1705 = 290 \text{ } \textit{тыс. руб.}$$

Таким образом, суммарный взнос в $290 \cdot 5 = 1540$ тыс. руб. при ставке дохода 8% годовых позволит накопить 1700 тыс. руб.

1.4 Дисконтирование (текущая стоимость единицы)

Функция дисконтирования дает возможность определить настоящую стоимость суммы, если известна ее величина в будущем при данных: периоде накопления и процентной ставке. Настоящая стоимость, а также текущая, дисконтированная или приведенная стоимость являются синонимичными понятиями. В таблицах — колонка №4, а формула расчета:

$$PV = FV \cdot \frac{1}{(1+i)^n}; \tag{1.5}$$

где PV — текущая стоимость; FV — известная в будущем сумма; i — процентная ставка; n — число периодов начисления процентов.

Функция дисконтирования является обратной по отношению к функции сложного процента.

Пример 1.7 Сколько нужно вложить на счет в банке, приносящий 10% годовых, чтобы через 5 лет на нем было $100?

Решение

Используя формулу (1.5), получаем:

$$PV = 100 \cdot \frac{1}{(1+0{,}1)^5} = 62{,}09.$$

Пример 1.8 Какую сумму необходимо поместить на депозит под 10% годовых, чтобы через 5 лет накопить 1500 тыс. руб.?

Решение

Решим данную задачу с использованием таблиц сложного процента. Находим таблицу, соответствующую процентной ставке 10%. В колонке №4 найдем фактор, исходя из периода дисконтирования в 5 лет: 0,6209.

Рассчитаем сумму вклада:

$$PV = 1500 \cdot [PV]_5^{10\%} = 1500 \cdot 0{,}6209 = 931{,}4 \text{ } \textit{тыс. руб.}$$

Таким образом, инвестирование 931,4 тыс. руб. на 5 лет при ставке дохода 12% обеспечит накопление в сумме 1500 тыс. руб.

1.5 Текущая стоимость аннуитета

Аннуитет — это денежный поток, представленный равновеликими суммами, возникающими через одинаковые промежутки времени. Таким образом, аннуитет — это денежный поток, представленный одинаковыми суммами. Аннуитет может быть *исходящим денежным потоком* по отношению к инвестору (например, осуществление равных периодических платежей) либо *входящим денежным потоком* (например, поступление арендной платы, которая обычно устанавливается одинаковой фиксированной суммой). В таблицах — колонка №5, а формула расчета:

$$PVA = PMT \cdot \frac{1 - \dfrac{1}{(1+i)^n}}{i}. \quad (1.6)$$

Пример 1.9 Ежегодный платеж за аренду дачи составляет $1000, ставка 10%, срок аренды 2 года. Определить текущую стоимость платежей.

Решение

Используя формулу (1.6), получаем:

$$PVA = PMT \cdot \frac{1 - \dfrac{1}{(1+0{,}1)^2}}{0{,}1} = 1735{,}55.$$

Пример 1.10 Какую сумму необходимо положить на депозит под 10% годовых, чтобы затем 4 раза снять по 300 тыс. руб.?

Решение

Решим данную задачу с использованием таблиц сложного процента. Находим страницу, соответствующую процентной ставке 10%. Находим фактор текущей стоимости аннуитета в колонке №5 и строке, соответствующей периоду существования аннуитета: 3,1699.

Рассчитаем текущую стоимость аннуитета:

$$PVA = 300 \cdot [PVA]_4^{10\%} = 300 \cdot 3{,}1699 = 951 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, инвестор снимает со счета четыре раза по 300 тыс. руб. или 1200 тыс. руб. Разница между первоначальным вкладом 951 тыс. руб. и накоплением 1200 тыс. руб. обеспечивается суммой процентов, которые начисляются на уменьшающийся остаток вклада по технике сложного процента. Этот процесс предполагает в конечном счете нулевой остаток на депозите.

Пример 1.11 Владелец кафе предполагает в течение 6 лет получать ежегодный доход от аренды в сумме 600 тыс. руб. В конце шестого года кафе будет продано за 2500 тыс. руб., расходы по ликвидации составят 5% от продажной цены. Прогнозирование доходов от аренды имеет большую степень вероятности, чем возможность продажи объекта за указанную цену. Различия в уровне риска определяют выбранные аналитиком ставки дисконтирования для дохода от аренды и продажи: 8% и 20% соответственно.

Решение

Рассчитаем текущую стоимость потока доходов от аренды:

$$PVA = 600 \cdot [PVA]_6^{8\%} = 600 \cdot 4{,}6229 = 2774 \textit{ тыс. руб.}$$

Определим текущую стоимость дохода от продажи:

$$PV = 2500 \cdot (1 - 0{,}05) \cdot [PV]_6^{20\%} = 2375 \cdot 0{,}3349 = 795{,}4 \textit{ тыс. руб.}$$

Рассчитаем сумму доходов:

$$2774 + 795{,}4 = 3569{,}4 \text{ (тыс. руб.).}$$

Меняющаяся конъюнктура рынка, мероприятия собственника по усовершенствованию эксплуатационных характеристик объекта, инфляция и многие другие факторы оказывают существенное влияние на величину ежегодного дохода. Определение текущей стоимости меняющейся суммы потока доходов требует определенных навыков работы с коэффициентами, приведенными в приложении в колонке №5.

Пример 1.12 Аренда магазина принесет его владельцу в течение первых трех лет ежегодный доход в размере 750 тыс. руб. В последующие пять лет доход составит 950 тыс. руб. в год. Определите текущую стоимость совокупного дохода, если ставка дисконтирования равна 10%.

Данная задача имеет несколько вариантов решения.

1. *Первый вариант решения.*

В данном случае текущая стоимость совокупного дохода равна текущей стоимости потока доходов в размере 750 тыс. руб. за первые три года и потока доходов в размере 950 тыс. руб. за последующие пять лет.

1) Рассчитаем текущую стоимость арендных платежей за первые 3 года:

$$750 \cdot [PVA]_3^{10\%} = 750 \cdot 2{,}4869 = 1865{,}2 \textit{ тыс. руб.}$$

2) Определим текущую стоимость арендной платы за последующие 5 лет:

$$950 \cdot \left([PVA]_8^{10\%} - [PVA]_3^{10\%}\right) = 950 \cdot (5{,}3349 - 2{,}4869) = 2705{,}6 \textit{ тыс. руб.}$$

   Фактор текущей стоимости аннуитета в этом случае будет равен разности факторов, соответствующих конечному и начальному периодам возникновения измененной суммы арендной платы по отношению к текущему, т. е. нулевому, периоду. Повышенная аренда поступала с конца третьего по конец восьмого периода, следовательно, в расчетах должны быть использованы факторы из таблицы для трех и восьми периодов соответственно: 2,4869 и 5,3349.

3) Суммарная текущая стоимость арендной платы составит:

$$865{,}2 + 2705{,}7 = 4570{,}8 \text{ (тыс. руб.).}$$

2. *Второй вариант решения.*

Текущая стоимость суммарного потока доходов равна разности потока доходов в 950 тыс. руб., полученной за все 8 лет, и несуществующего потока доходов в размере 200 тыс. руб. (950-750) за первые три года.

Рассчитаем текущую стоимость дохода от аренды, исходя из предположения, что все 8 лет она составляла ежегодно 950 тыс. руб.:

$$950 \cdot [PVA]_8^{10\%} = 950 \cdot 5{,}3349 = 5068{,}2 \textit{ тыс. руб.}$$

Рассчитаем текущую стоимость завышенной суммы аренды, которая существовала 3 года:

$$(950 - 750) \cdot [PVA]_3^{10\%} = 200 \cdot 2{,}4869 = 497{,}4 \textit{ тыс. руб.}$$

Текущая стоимость арендной платы за 8 лет составляет

$$5068{,}2 - 497{,}4 = 4570{,}8 \text{ (тыс. руб.)}.$$

3. *Третий вариант решения.*

Этот вариант решения предполагает, что текущая стоимость совокупного дохода равна сумме дохода в размере 750 тыс. руб. за 8 лет и превышения в размере 200 тыс. руб., достигнутого в последние 5 лет аренды.

Рассчитаем текущую стоимость доходов от аренды в 750 тыс. руб. за 8 лет:

$$750 \cdot [PVA]_8^{10\%} = 750 \cdot 5{,}3349 = 4001{,}2 \textit{ тыс. руб.}$$

Рассчитаем текущую стоимость дополнительного дохода от аренды, полученного за последние 5 лет:

$$(950 - 750) \cdot \left([PVA]_8^{10\%} - [PVA]_3^{10\%}\right) = 200 \cdot (5{,}3349 - 2{,}4869) = 569{,}6 \textit{ тыс. руб.}$$

Текущая стоимость полученной арендной платы:

$$4001{,}2 + 569{,}6 = 4470{,}8 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Если полученные результаты имеют некоторые расхождения, то это является следствием округлений, допускаемых при расчетах.

1.6 Периодический взнос на погашение кредита (взнос на амортизацию единицы)

Временная оценка денежных потоков может поставить перед аналитиком проблему определения величины самого аннуитета, если известна его текущая стоимость, число взносов и ставка дохода. В таблицах — колонка №6, а формула расчета:

$$\frac{PMT}{PVA} = PV \cdot \frac{i}{1 - \dfrac{1}{(1+i)^n}}. \qquad (1.7)$$

Пример 1.13 Какова величина ежегодного взноса в погашение кредита $15000, предоставленного на 5 лет под 10% годовых.

Решение

Используя формулу (1.7), получаем:

$$\frac{PMT}{PVA} = 15000 \cdot \frac{0{,}1}{1 - \frac{1}{(1+0{,}1)^5}} = 3956{,}96.$$

Пример 1.14 Какую сумму можно ежегодно снимать со счета в течение пяти лет, если первоначальный вклад равен 1500 тыс. руб., банк начисляет ежегодно 14% и при условии, что снимаемые суммы будут одинаковы?

Решение

Решим данную задачу с использованием таблиц сложного процента. Находим фактор взноса на погашение кредита при условии, что взносов будет 5, а ставка составляет 14% (колонка №6). Фактор равен 0,2913.

Рассчитаем величину аннуитета:

$$\frac{PMT}{PVA} = 15000 \cdot \left[\frac{PMT}{PVA}\right]_5^{14\%} = 1500 \cdot 0{,}2913 = 437 \textit{ тыс. руб.}$$

Таким образом, если положить на счет под 14% годовых 1500 тыс. руб., можно пять раз в конце года снять по 437 тыс. руб. Дополнительно полученные деньги в сумме $(437 \cdot 5) - 1500 = 685$ (тыс. руб.) являются результатом начисления процентов на уменьшающийся остаток вклада.

Аннуитет по определению может быть как поступлением (т. е. входящим денежным потоком), так и платежом (т. е. исходящим денежным потоком) по отношению к инвестору. Поэтому данная функция может использоваться в случае необходимости расчета величины равновеликого взноса в погашения кредита при заданном числе взносов и заданной процентной ставке. Такой кредит называют самоамортизирующимся, а данный способ погашения обычно используют для ипотечного кредитования.

Пример 1.15 Рассчитать величину ежегодного взноса в сумме 40 000 руб. на погашение кредита, предоставленного на 15 лет под 20% годовых.

Решение

Решим данную задачу с использованием таблиц сложного процента. Определим фактор периодического взноса на погашение кредита, если ставка равна 20%, а число взносов — 15 (колонка №6). Фактор равен 0,2139.

Рассчитаем величину взноса:

$$\frac{PMT}{PVA} = 40000 \cdot \left[\frac{PMT}{PVA}\right]_{15}^{20\%} = 40000 \cdot 0{,}2139 = 8555{,}3 \textit{ тыс. руб.}$$

Заемщик уплатит кредитору за 15 лет

$$(8555{,}3 \cdot 15) = 128329{,}3 \text{ (тыс. руб.)},$$

что превышает величину выданного кредита на

$$128329{,}3 - 40000 = 88329{,}3 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Разница является суммой процентов, уплаченных заемщиком за весь период кредитования, при условии, что основной долг постоянно уменьшается.